

**Самостоятельная работа по теме  
«Уравнение касательной к графику функции».**

**Примеры:**

1. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$  в точке графика с абсциссой 4.

**РЕШЕНИЕ:**  $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$  - уравнение касательной к графику функции в точке  $x_0$ .

1)  $f(x_0) = f(4) = \sqrt{4} = 2$ ;      3)  $f'(x_0) = f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$ ;

2)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;      4)  $y = 2 + \frac{1}{4}(x - 4) = \frac{1}{4}x + 1$ .

Ответ:  $y = \frac{1}{4}x + 1$ .

2. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 2 - \frac{x}{2} - x^2$  в точке пересечения его с осью ординат.

**РЕШЕНИЕ:** с осью ординат  $\Rightarrow x_0 = 0$

1)  $f(x_0) = f(0) = 2$ ;      3)  $f'(x_0) = f'(0) = -\frac{1}{2} - 2 \cdot 0 = -\frac{1}{2}$ ;

2)  $f'(x) = -\frac{1}{2} - 2x$ ;      4)  $y = 2 - \frac{1}{2}(x - 0) = -\frac{1}{2}x + 2$ .

Ответ:  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ .

3. Выясните, является ли прямая  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$ .

**РЕШЕНИЕ:** Если прямая  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  является касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$ , то у них

есть точка касания. Найдем ее, решив уравнение:

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \sqrt{x}$  произведем замену  $t = \sqrt{x}$ , тогда уравнение примет вид:

$\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2} - t = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x_0 = 1$

Составим уравнение касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 1$ .

1)  $f(x_0) = f(1) = \sqrt{1} = 1$ ;      3)  $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$ ;

2)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;      4)  $y = 1 + \frac{1}{2}(x - 1) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ .

Ответ: прямая  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  является касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$ .

**Задание для самостоятельного решения:**

1 вариант	2 вариант
<b>1. Составьте уравнение касательной к графику функции <math>f(x)</math> в точке графика с <math>x_0</math>.</b>	
а) $f(x) = x^3$ ; $x_0 = 1$	а) $f(x) = x^4$ ; $x_0 = 2$
б) $f(x) = \frac{x^2}{4} - x$ ; $x_0 = 2$	б) $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x$ ; $x_0 = -1$
в) $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ ; $x_0 = 2$	в) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ ; $x_0 = 1$
<b>2. Составьте и решите уравнение:</b>	
$f'(x) = g'(x)$ , если $f(x) = x^3 + 3,5x^2 - 15$ ; $g(x) = 10x + 7$	$f'(x) = -g'(x)$ , если $f(x) = x^3 + 3x^2 - 7$ ; $g(x) = -9x + 15$